Écoulement d'un fluide-Correction

QCM

1 La proposition A n'est pas une bonne réponse car la poussée d'Archimède est une force qui modélise la résultante des actions exercées par un fluide sur un objet immergé. Le poids d'un corps modélise l'action attractive de la Terre qu'il subit.
La proposition B est une bonne réponse car la poussée d'Archimède modélise la résultante des actions exercées par un fluide sur un objet immergé. Elle a pour origine les variations de la pression selon la profondeur au sein d'un fluide.
La proposition C n'est pas une bonne réponse car les frottements d'un fluide sur un corps existent lorsque celui-ci est en mouvement. Tout corps immergé, même au repos, subit la poussée d'Archimède.

2 La proposition A n'est pas une bonne réponse car d'après son expression vectorielle ($\vec{\pi} = -\rho_f \cdot V \cdot \vec{g}$), cette force est toujours verticale mais dirigée vers le haut.
La proposition B est une bonne réponse car son expression vectorielle s'écrit $\vec{\pi} = -\rho_f \cdot V \cdot \vec{g}$. Elle est de sens opposé à $\vec{g}$ et de même direction.
La proposition C n'est pas une bonne réponse car la valeur de cette force dépend de la masse volumique du fluide, et non pas de celle du corps immergé.

3 La proposition A n'est pas une bonne réponse car la valeur de la poussée d'Archimède dépend de la masse volumique du fluide, et non pas de celle du corps immergé.
La proposition B n'est pas une bonne réponse car la poussée d'Archimède est toujours verticale mais dirigée vers le haut donc de sens opposé à $\vec{g}$.
La proposition C est une bonne réponse car la poussée d'Archimède est une force verticale orientée vers le haut, donc de sens opposé à celui du champ de pesanteur $\vec{g}$ et dont la valeur dépend de la masse volumique du fluide déplacé.

4 La proposition A n'est pas une bonne réponse car le débit volumique Q est inversement proportionnel à la durée Δt de l'écoulement : $Q = \dfrac{V}{\Delta t}$.
La proposition B est une bonne réponse car le débit volumique Q est proportionnel à la vitesse v de l'écoulement : $Q = v \cdot S$.
La proposition C est une bonne réponse car le débit volumique Q est proportionnel à l'aire S de la section du conduit : $Q = v \cdot S$.

5 La proposition A n'est pas une bonne réponse car, par définition, en régime permanent, le débit volumique Q d'un fluide traversant la section S d'un conduit est constant au cours du temps. Néanmoins, si l'aire S de la section est amenée à varier, alors c'est la valeur de la vitesse d'écoulement qui sera modifiée pour que la valeur de Q reste constante : $Q = v \cdot S$.
La proposition B est une bonne réponse car, par définition, en régime permanent, le débit volumique Q d'un fluide traversant la section S d'un conduit est constant au cours du temps. Si l'aire S de la section est amenée à varier, alors la vitesse d'écoulement sera modifiée pour que la valeur de Q reste constante : $Q = v \cdot S$.
La proposition C n'est pas une bonne réponse car, par définition, en régime permanent, le débit volumique Q d'un fluide traversant la section S d'un conduit est constant au cours du temps.

6 La proposition A n'est pas une bonne réponse car, en régime permanent, le débit volumique Q d'un fluide est constant au cours du temps : $Q_{(A)} = Q_{(B)}$.
La proposition B n'est pas une bonne réponse car, en régime permanent, la conservation du débit volumique Q d'un fluide s'écrit : $Q_{(A)} = Q_{(B)}$ soit $v_A \cdot S_A = v_B \cdot S_B$. Si l'aire S de la section est amenée à varier, alors c'est la valeur de la vitesse d'écoulement qui sera modifiée : si $S_A \neq S_B$, alors $v_A \neq v_B$.
La proposition C est une bonne réponse car, en régime permanent, la vitesse v du fluide et l'aire S de la section traversée sont deux grandeurs inversement proportionnelles : si $S_A > S_B$, alors $v_A < v_B$.

7 La proposition A n'est pas une bonne réponse car, dans la relation de Bernoulli $P + \dfrac{1}{2}\rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot z =$ constante, v désigne la vitesse du fluide en écoulement et non son volume.
La proposition B est une bonne réponse car dans la relation de Bernoulli :
$P + \dfrac{1}{2}\rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot z =$ constante, P désigne la pression du fluide, v la vitesse de son écoulement et z l'altitude.
La proposition C n'est pas une bonne réponse car dans la relation de Bernoulli :
$P + \dfrac{1}{2}\rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot z =$ constante, P désigne la pression du fluide en écoulement et non son poids.

8 La proposition A est une bonne réponse car, dans le cas d'un conduit horizontal, l'altitude z est constante et la relation de Bernoulli s'écrit :

$P + \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 =$ constante. Ainsi, si v augmente, alors P diminue de manière à ce que la relation précédente reste vérifiée. Ainsi, pour deux points A et B situés sur la même ligne de courant, si $v_A < v_B$ alors $P_A > P_B$: il s'agit de l'effet Venturi.

La proposition B est une bonne réponse car, dans le cas d'un conduit horizontal, l'altitude z est constante et la relation de Bernoulli s'écrit :

$P + \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 =$ constante.

La proposition C n'est pas une bonne réponse car, dans le cas d'un conduit horizontal, $z_A = z_B$ et la relation de Bernoulli s'écrit :

$P_A + \frac{1}{2}\rho \cdot v_A{}^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho \cdot v_B{}^2$. Il vient alors :

$(P_A - P_B) = \frac{1}{2}\rho \cdot (v_B^2 - v_A^2)$.

9 La proposition A n'est pas une bonne réponse car, d'après le principe de Venturi pour deux points A et B situés sur la même ligne de courant, si $v_A > v_B$ alors $P_A < P_B$.

La proposition B n'est pas une bonne réponse car, d'après la conservation du débit volumique Q d'un fluide : $Q_{(A)} = Q_{(B)}$, soit $v_A \cdot S_A = v_B \cdot S_B$. Ainsi, si $S_A \neq S_B$ alors $v_A \neq v_B$.

La proposition C est une bonne réponse car, pour un écoulement en régime permanent, la pression P d'un fluide diminue lorsque sa vitesse v augmente (et inversement).

11 **1.** La poussée d'Archimède $\vec{\pi}$ est la résultante des forces pressantes $\vec{F}$ qui modélisent les actions mécaniques du fluide sur la surface d'un objet immergé. Ses caractéristiques sont sa direction verticale, son sens dirigé vers le haut et sa valeur π égale au poids du volume de fluide déplacé : $\pi = \rho_f \cdot V \cdot g$, où ρ_f désigne la masse volumique du fluide, V le volume de fluide déplacé (c'est-à-dire le volume du corps immergé) et g la valeur du champ de pesanteur terrestre.

2. Première manière : on utilise la relation $\pi = \rho_f \cdot V \cdot g$.

AN : $\pi = 45{,}9 \times 10^{-3} \times 9{,}81 = 4{,}50 \times 10^{-1}$ N.

Seconde manière : à l'équilibre, lorsque le corps est immergé, il vient la relation :

$\vec{P_1} + \vec{\pi} + \vec{T} = \vec{0}$

où $\vec{P_1}$, $\vec{T}$ et $\vec{P_2}$ désignent respectivement le poids du corps non immergé, la tension du dynamomètre lorsque le corps est immergé et le poids apparent du corps immergé.

Or $\vec{T} = -\vec{P_2}$ donc $\vec{P_1} + \vec{\pi} = \vec{P_2}$.

Par projection sur un axe (Oz) vertical orienté vers le haut :

$-P_1 + \pi = -P_2$ soit $\pi = P_1 - P_2$.

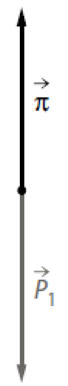
AN : $\pi = 1{,}97 - 1{,}52 = 4{,}50 \times 10^{-1}$ N

12 **1.** $P_1 = m \cdot g$ et $\pi = \rho_f \cdot g \cdot V$.

AN : $P_1 = 200 \times 9{,}81 = 1{,}96 \times 10^3$ N

$\pi = 1{,}0 \times 10^3 \times 9{,}81 \times 0{,}19 = 1{,}9 \times 10^3$ N

2. Échelle de représentation : 1 cm pour 10^3 N.



3. $P_2 = P_1 - \pi$.

AN : $P_2 = 1{,}96 \times 10^3 - 1{,}9 \times 10^3 = 9{,}8 \times 10^2$ N.

$m = \frac{P_2}{g}$

AN : $m = 10$ kg

13 **1.** $\vec{\pi} = -\rho_f \cdot V \cdot \vec{g}$

π : valeur de la poussée d'Archimède en N ;

ρ_f : masse volumique du fluide en kg · m^{-3} ;

V : volume du fluide déplacé en m^3 ;

g : intensité du champ de pesanteur terrestre en N · kg^{-1} ou m · s^{-2}.

2. $P_A = 91{,}8 \times 10^{-3} \times 9{,}81 = 9{,}01 \times 10^{-1}$ N

$P_{A'} = 135 \times 10^{-3} \times 9{,}81 = 1{,}32$ N

$P_B = 267 \times 10^{-3} \times 9{,}81 = 2{,}62$ N

3. • Expériences 1 et 2 :

a. Paramètre mis en jeu : volume du corps immergé.

b. Influence : $\pi_1 = 0{,}901 - 0{,}57 = 0{,}33$ N

$\pi_2 = 1{,}32 - 0{,}83 = 0{,}49$ N

Lorsque le volume du corps immergé augmente, la valeur de la poussée d'Archimède augmente.

• Expériences 1 et 3 :

a. Paramètre mis en jeu : profondeur d'immersion.

b. Influence : $\pi_1 = \pi_3 = 0{,}901 - 0{,}57 = 0{,}33$ N
La profondeur d'immersion n'a pas d'influence sur la valeur de la poussée d'Archimède.

- Expériences 1 et 4 :

a. Paramètre mis en jeu : masse volumique du corps immergé.
b. Influence :
$\pi_1 = 0{,}901 - 0{,}57 = 0{,}33$ N
$\pi_4 = 2{,}62 - 2{,}3 = 0{,}32$ N
La masse volumique du corps immergé n'a pas d'influence sur la valeur de la poussée d'Archimède.

- Expériences 1 et 5 :

a. Paramètre mis en jeu : masse volumique du fluide.
b. Influence :
$\pi_1 = 0{,}901 - 0{,}57 = 0{,}33$ N
$\pi_5 = 0{,}91 - 0{,}64 = 0{,}27$ N
Lorsque la masse volumique du fluide déplacé diminue, la valeur de la poussée d'Archimède diminue.
c. Ces résultats valident l'expression de la poussée d'Archimède. π dépend du volume de fluide déplacé et de sa masse volumique : $\pi = \rho_f \cdot V \cdot g$.

14 **1. a.** Pour faire un plein de 50 L, la durée est $\Delta t \approx 5$ min.

b. Débit volumique : $Q = \dfrac{V}{\Delta t}$.

AN : $Q = \dfrac{50}{5} = 10 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$

c. $Q = 10 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1} = 1{,}7 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Le résultat obtenu est cohérent. L'estimation faite en **1. a.** est correcte.

2. a. $S = \pi \dfrac{D^2}{4}$.

AN : $S = 2{,}0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

b. $Q = v \cdot S$ soit $v = \dfrac{Q}{S}$.

AN : $v = \dfrac{4{,}0 \times 10^{-4}}{2{,}0 \times 10^{-4}} = 2{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

15 **1. a.** Le débit volumique Q d'un fluide représente le volume de fluide qui traverse une section S du conduit par unité de temps : $Q = \dfrac{V}{\Delta t}$.

b. $Q = 5 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1} = 8{,}3 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

2. a. $Q = \dfrac{V}{\Delta t}$ donc $V = Q \cdot \Delta t$.

AN : $V = 8{,}3 \times 10^{-5} \times 1{,}0 = 8{,}3 \times 10^{-5} \text{ m}^3 = 83$ mL de sang chaque seconde.

b. $Q = v \cdot S$ donc $v = \dfrac{Q}{S}$.

AN : $v = \dfrac{8{,}3 \times 10^{-5}}{2{,}5 \times 10^{-4}} = 3{,}3 \times 10^{-1} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

3. a. Lorsque l'aire de la section traversée diminue, le débit volumique sanguin conserve la même valeur : 5 L · min^{-1}.
b. La vitesse du sang est alors plus importante que dans une artère saine. Si S diminue, alors v augmente pour conserver Q constant ($Q = v \cdot S$).

17 **1.** $Q = v_A \cdot S_A$ donc $S_A = \dfrac{Q}{v_A}$.

AN : $S_A = \dfrac{900}{3\,600 \times 10^3 \times 125} = 2{,}0 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

2. a. $Q = v_A \cdot S_A = v_B \cdot S_B$

b. $v_B = \dfrac{v_A \cdot S_A}{S_B}$

AN : $v_B = \dfrac{125 \times 2{,}0 \times 10^{-6}}{\pi \times \dfrac{(13 \times 10^{-3})^2}{4}} = 1{,}9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

19 **1.** Les deux points situés sur la même ligne de courant sont notés 1 et 2. La relation de Bernoulli s'écrit donc :

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2$$

2. À partir de l'égalité précédente, il vient :

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 - \frac{1}{2}\rho \cdot v_2^2 - \rho \cdot g \cdot z_2 = P_2,$$

soit : $P_2 = P_1 + \dfrac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) + \rho \cdot g(z_1 - z_2)$

Les données P_1, ρ_{eau}, v_1, v_2, z_1 et z_2 sont fournies en données ou lues sur la figure.

AN :

$$\begin{aligned} P_2 &= 1{,}0 \times 10^5 + \frac{1}{2} \times 1{,}0 \times 10^3 \times (1{,}0^2 - (4{,}5 \times 10^{-1})^2) \\ &\quad + 1{,}0 \times 10^3 \times 9{,}81 \times (6{,}5 - 3{,}0) \\ &= 1{,}3 \times 10^5 \text{ Pa} \end{aligned}$$

21 $v = \dfrac{Q}{S}$. Si Q et S sont constants, alors v est constant. Ainsi, ici, $v_A = v_B$.

$$\begin{aligned} P_B &= P_A + \frac{1}{2}\rho({v_A}^2 - {v_B}^2) + \rho \cdot g(z_A - z_B) \\ &= P_A + \rho \cdot g(z_A - z_B) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_B &= 3{,}5 \times 10^5 + 784 \times 9{,}81 \times (0{,}5 - 4{,}5) \\ &= 3{,}2 \times 10^5 \text{ Pa} = 3{,}2 \text{ bar} \end{aligned}$$

22 **1.** D'après le principe de Venturi, pour un écoulement en régime permanent, la pression P d'un fluide diminue lorsque sa vitesse v augmente : puisque $P_B < P_A$ (d'après les valeurs fournies dans l'énoncé), on en déduit que $v_B > v_A$. C'est donc à travers la section S_B que la vitesse est la plus élevée.

2. a. Les deux points notés A et B sont situés sur la même ligne de courant et possèdent la même altitude $z_A = z_B$. La relation de Bernoulli :

$$P_A + \frac{1}{2}\rho \cdot v_A^2 + \rho \cdot g \cdot z_A = P_B + \frac{1}{2}\rho \cdot v_B^2 + \rho \cdot g \cdot z_B$$

s'écrit donc :

$$P_A + \frac{1}{2}\rho \cdot v_A^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho \cdot v_B^2.$$

b. D'après la relation précédente,

$$v_B = \sqrt{\frac{2(P_A - P_B)}{\rho} + v_A^2}.$$

AN :

$$v_B = \sqrt{\frac{2 \times (1\,002 \times 10^2 - 987 \times 10^2)}{825} + 4{,}5^2} = 4{,}9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Ce résultat valide la réponse à la question **1** : $v_B > v_A$.

Faire le point avant d'aller plus loin

Expliquer qualitativement l'origine de la poussée d'Archimède.

Les forces pressantes qui modélisent les actions mécaniques d'un fluide sur la surface d'un objet immergé ne se compensent pas parfaitement : elles sont plus intenses sur le bas de l'objet que sur le haut. Il en résulte une action mécanique modélisée par une force verticale et orientée vers le haut : la poussée d'Archimède $\vec{\pi}$.

Écrire l'expression de la poussée d'Archimède en explicitant chaque grandeur et son unité.

$$\vec{\pi} = -\rho_f \cdot V \cdot \vec{g}$$

poussée d'Archimède de valeur π (N)
volume du fluide déplacé (m^3)
champ de pesanteur terrestre d'intensité g (N · kg^{-1} ou m · s^{-2})
masse volumique du fluide (kg · m^{-3})

Définir le débit volumique d'un fluide en régime permanent.

$$Q = \frac{V}{\Delta t}$$

débit volumique (m^3 · s^{-1})
volume de fluide écoulé (m^3)
durée de l'écoulement (s)

Nommer chaque grandeur de la relation de Bernoulli $P + \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot z = constante$ et donner son unité.

$$P + \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot z = \text{constante}$$

masse volumique du fluide (kg · m^{-3})
altitude (m)
pression du fluide (Pa)
vitesse du fluide (m · s^{-1})
intensité de pesanteur (N · kg^{-1})

Écrire la relation liant le débit volumique d'un fluide et sa vitesse d'écoulement en explicitant chaque grandeur et son unité.

$$Q = v \cdot S$$

débit volumique (m^3 · s^{-1})
aire de la section du conduit (m^2)
vitesse du fluide (m · s^{-1})

Effectuer le bilan des actions mécaniques qui agissent sur un corps immobile immergé dans un fluide.

Un corps immergé dans un fluide est soumis à l'action de la Terre et celle du fluide modélisées respectivement par le poids $\vec{P}$ du corps et la poussée d'Archimède $\vec{\pi}$ du fluide. $\vec{P}$ est vertical et dirigé vers la Terre ; la poussée d'Archimède $\vec{\pi}$ est verticale orientée vers le haut.

Expliquer comment déterminer la vitesse d'un fluide à partir de la conservation du débit volumique en régime permanent.

En régime permanent, il y a conservation du débit volumique Q d'un fluide incompressible le long d'un écoulement donc, en tous points A et B d'un écoulement, on a $Q_{(A)} = Q_{(B)}$ soit :

$$v_A \cdot S_A = v_B \cdot S_B \quad \text{et} \quad v_B = \frac{S_A}{S_B} \cdot v_A$$

Expliquer pourquoi, lors de l'écoulement d'un fluide en régime permanent, si $S_B < S_A$, alors $v_B > v_A$.

Il y a conservation du débit volumique Q d'un fluide incompressible le long d'un écoulement donc, en tous points A et B d'un écoulement, on a $Q_{(A)} = Q_{(B)}$ soit $v_A \cdot S_A = v_B \cdot S_B$.

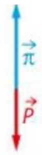
La vitesse v du fluide et l'aire S de la section traversée sont deux grandeurs inversement proportionnelles : $\frac{v_B}{v_A} = \frac{S_A}{S_B}$.

Si $S_A > S_B$, alors $v_B > v_A$. La vitesse du fluide augmente lorsque la section du conduit rétrécit.

26 Ascension de Félix Baumgartner

1. a. La densité de l'air diminuant avec l'altitude, l'action de l'air sur le ballon est plus intense sur le bas de l'enveloppe que sur le haut. Il en résulte une **action mécanique modélisée par une force verticale et dirigée vers le haut** : la poussée d'Archimède $\vec{\pi}$.

b.



2. a. Le ballon peut décoller si la poussée d'Archimède prédomine sur la force poids : $P = m_{\text{système}} \cdot g$ et $\pi = \rho_{\text{air}} \cdot V_{\text{ballon}} \cdot g$

AN : $\boldsymbol{P} = 3 \times 10^3 \times 9{,}81 = 2{,}94 \times 10^4 \text{ N} \approx \mathbf{3 \times 10^4 \text{ N}}$

et $\pi = 1{,}2 \times 5\,100 \times 9{,}81 = \mathbf{6{,}1 \times 10^4 \text{ N}}$.

On constate que $\pi > P$, ainsi **le ballon peut décoller**.

b. En sustentation, le ballon est immobile et les actions se compensent :

$\pi = P$ donc $\rho_{\text{air}} \cdot V_{\text{ballon}} \cdot g = m_{\text{système}} \cdot g$ soit $\boldsymbol{V_{\text{ballon}}} = \dfrac{\boldsymbol{m_{\text{système}}}}{\boldsymbol{\rho_{\text{air}}}}$.

AN : $\boldsymbol{V_{\text{ballon}}} = \dfrac{3 \times 10^3}{1{,}2} = \mathbf{2\,500 \text{ m}^3}$, valeur près de deux fois plus faible que $5\,100 \text{ m}^3$.

QUELQUES CONSEILS

1. b. Penser que la nature d'un mouvement informe sur les forces exercées.

2. a. La masse du système est donnée en tonnes et avec un seul chiffre significatif.

b. Simplifier l'expression littérale du volume V_{ballon} du ballon donne accès à un calcul simple.

28 Lance à incendie

1. a. $Q = 60 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1} = 1{,}7 \times 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ et $S_B = \pi \cdot \dfrac{0{,}110^2}{4} = 9{,}5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$.

$Q = v_B \cdot S_B$ soit $v_B = \dfrac{Q}{S_B}$. **AN** : $v_B = \dfrac{1{,}7 \times 10^{-2}}{9{,}5 \times 10^{-3}} = \mathbf{1{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$.

b. $v_A \cdot S_A = v_B \cdot S_B$ soit $v_A = v_B \cdot \dfrac{S_B}{S_A}$. **AN** : $v_A = 1{,}8 \times \dfrac{9{,}5 \times 10^{-3}}{\pi \cdot \dfrac{0{,}025^2}{4}} = \mathbf{35 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$.

2. a. $P_B + \dfrac{1}{2}\rho \cdot v_B^2 + \rho \cdot g \cdot z_B = P_A + \dfrac{1}{2}\rho \cdot v_A^2 + \rho \cdot g \cdot z_A$.

$P_A = P_{\text{atm}}$ et $z_B = z_A$ donc la relation de Bernoulli s'écrit :

$$\boldsymbol{P_B + \frac{1}{2}\rho_{\text{eau}} \cdot v_B^2 = P_{\text{atm}} + \frac{1}{2}\rho_{\text{eau}} \cdot v_A^2}$$

b. $P_B = P_{\text{atm}} + \dfrac{1}{2}\rho_{\text{eau}} \cdot (v_A^2 - v_B^2)$

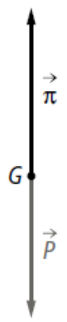
AN : $P_B = 1{,}013 \times 10^5 + \dfrac{1}{2} \times 1000 \times (35^2 - 1{,}8^2) = \mathbf{7{,}1 \times 10^5 \text{ Pa} \approx 7 \text{ bar}}$

38 › Questions préliminaires

1. D'après le doc. 1, le rayon moyen de la montgolfière peut être estimé à 8 m (d'après la taille d'une personne dans la nacelle estimée à 1,8 m) :

$V_{\text{montgolfière}} = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 8^3 = 2{,}1 \times 10^3 \text{ m}^3$

2.



3. D'après le doc. 2, par lecture graphique, à 15 °C (soit 288 K), $\rho_{\text{air}} = 1{,}21 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

› Le problème à résoudre

Une montgolfière aura un mouvement vertical dirigé vers le haut dès lors que l'action mécanique de l'air atmosphérique modélisée par la poussée d'Archimède $\vec{\pi}$ devient supérieure à l'action mécanique de la Terre modélisée par le poids $\vec{P}$ de la montgolfière.

À l'équilibre : $\vec{\pi} + \vec{P} = \vec{0}$.

Sur un axe vertical dirigé vers le haut : $\pi - P = 0$.

$\rho_{\text{air atmosphérique}} \cdot V_b \cdot g$
$- (m_m + m_{\text{passagers}} + \rho_{\text{air chaud}} \cdot V_b) \cdot g = 0$

$\rho_{\text{air chaud}} = \rho_{\text{air atmosphérique}} - \dfrac{m_m + m_{\text{passagers}}}{V_b}$

$\rho_{\text{air chaud}} = 1{,}21 - \dfrac{300 + 3 \times 75}{2\,100} = 0{,}96 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Par lecture graphique : $\rho_{\text{air chaud}} = 0{,}96 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ à une température $\theta \approx 360$ K, soit $T \approx 87$ °C ;

27 Une plongée technique

Partie I

1. Valeur de la poussée d'Archimède exercée par l'eau sur le plongeur équipé :

$F_p = \rho_{\text{eau salée}} \times V \times g$

$F_p = 1{,}03 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \times 0{,}088 \text{ m}^3 \times 9{,}8 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$

$F_p = 8{,}9 \times 10^2 \text{ N}$.

2. À la profondeur de 20 m, le plongeur est soumis :

– à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ de valeur $P = 9{,}0 \times 10^2 \text{ N}$;

– à la poussée d'Archimède $\vec{F}_p = -\rho_{\text{eau salée}} \times V \times \vec{g}$.

Ces deux forces ont même direction et des sens opposés avec $P > F_p$.

La résultante des forces $\Sigma\vec{F} = \vec{P} + \vec{F}_p$ est donc verticale orientée vers le bas.

Sous l'effet de ces deux forces, le plongeur ne peut pas rester en équilibre : il se déplace vers le fond.

3. Le plongeur étant initialement immobile, une généralisation de la question précédente conduit à :

– si $P > F_p$, le plongeur descend vers le fond ;

– si $P = F_p$, le plongeur reste en équilibre ;

– si $P < F_p$, le plongeur remonte vers la surface.

Or $P = m \times g = \rho_{\text{plongeur}} \times V \times g$ et $F_p = \rho_{\text{eau salée}} \times V \times g$.

On en déduit :

– si $\rho_{\text{plongeur}} > \rho_{\text{eau salée}}$, le plongeur descend vers le fond ;

– si $\rho_{\text{plongeur}} = \rho_{\text{eau salée}}$, le plongeur reste en équilibre ;

– si $\rho_{\text{plongeur}} < \rho_{\text{eau salée}}$, le plongeur remonte vers la surface.

4. Pour que le plongeur soit en équilibre, il faut :

$\rho_{\text{plongeur}} = \rho_{\text{eau salée}}$.

Il faut donc diminuer ρ_{plongeur} par rapport à la situation initiale.

On a $\rho_{\text{plongeur}} = \dfrac{m}{V'}$ avec $V' = V + V_{\text{air}}$.

Il vient $\dfrac{m}{V' + V_{\text{air}}} = \rho_{\text{eau salée}}$.

En isolant V_{air}, on a : $V_{\text{air}} = \dfrac{m}{\rho_{\text{eau salée}}} - V$.

$$V_{\text{air}} = \frac{92 \text{ kg}}{1{,}03 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}} - 0{,}088 \text{ m}^3$$

$V_{\text{air}} = 0{,}0013 \text{ m}^3$ ou $V_{\text{air}} = 1{,}3$ L.

Remarque : en toute rigueur, on ne peut conserver qu'un chiffre significatif pour le résultat de V_{air} car dans le cas d'une addition ou d'une soustraction, le résultat d'un calcul doit comporter autant de décimales que la grandeur qui en possède le moins (3 décimales ici).

Partie II

1. Comme le fluide est incompressible et s'écoule en régime permanent indépendant du temps, le débit volumique se conserve : $D_{v_1} = D_{v_2}$.

$S_1 \times v_1 = S_2 \times v_2$

$$\pi \times \frac{d_1^2}{4} \times v_1 = \pi \times \frac{d_2^2}{4} \times v_2$$

$$v_2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \times v_1$$

$$v_2 = \left(\frac{6{,}0 \text{ m}}{3{,}0 \text{ m}}\right)^2 \times 0{,}30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$v_2 = 1{,}2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

2. En régime permanent indépendant du temps, la relation de Bernoulli appliquée le long d'une ligne de courant au fluide incompressible s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho_{\text{eau salée}} \times v_1^2 + \rho_{\text{eau salée}} \times g \times z_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho_{\text{eau salée}} \times v_2^2 + \rho_{\text{eau salée}} \times g \times z_2 + P_2.$$

Dans la situation étudiée, $z_1 = z_2$.

La relation précédente devient :

$$\frac{1}{2}\rho_{\text{eau salée}} \times v_1^2 + P_1 = \frac{1}{2}\rho_{\text{eau salée}} \times v_2^2 + P_2.$$

Et donc $\Delta P = P_2 - P_1 = \dfrac{1}{2}\rho_{\text{eau salée}} \times \left(v_1^2 - v_2^2\right)$

$$\Delta P = \frac{1}{2} \times 1{,}03 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \times \left[\left(0{,}30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}\right)^2 - \left(1{,}2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}\right)^2\right].$$

$\Delta P = -7{,}0 \times 10^2 \text{ Pa}$.

La différence de pression entre les deux passages cylindriques de la cavité est $7{,}0 \times 10^2$ Pa.

3. La relation fondamentale de la statique des fluides indique que la pression dans l'eau augmente de 1 bar c'est-à-dire 1×10^5 Pa lorsque la profondeur augmente de 10 m.

Pression (Pa)	Augmentation de profondeur (m)
1×10^5	10
700	Δz

$$\Delta z = \frac{700 \text{ Pa} \times 10 \text{ m}}{1 \times 10^5 \text{ Pa}} = 7 \times 10^{-2} \text{ m} = 7 \text{ cm}.$$

La diminution de la pression de 700 Pa due à la présence d'un courant sous-marin engendre une erreur de mesure de l'ordinateur de plongée de 7 cm de profondeur.